稳定同位素蒸汽压效应的研究方法及其 地质学应用

张继习,刘 耘

(中国科学院地球化学研究所矿床地球化学国家重点实验室,贵州 贵阳 550002)

蒸汽压效应(VPIE-Vapor Pressure of Isotope Effects),是指不同的同位素化合物由于蒸汽压的不同而导致的分离作用,如:化工上常用的精馏法,就是利用蒸汽压效应来分离同位素物种的。在化学领域,VPIE的应用已经相当广泛;近年来的研究发现,很多地质过程也与VPIE有着密切的联系。例如,芝加哥大学的Wang Jianhua等的研究发现气化过程在CAIs(Ca-Al-rich inclusions)形成时起到了至关重要的作用;以气相形式搬运迁移的一些金属矿床(Cu、Au等)的形成过程,也容易出现蒸汽压效应;液态Hg的蒸发过程中,伴随有巨大的Hg的非质量分馏现象(Estrade et al., 2009)等。基于此,本研究希望从理论计算的角度出发,研究一些重要地质体系中稳定同位素的蒸汽压效应。

历史上,有很多关于VPIE的计算理论(Johns, 1958; Devyatykh et al., 1962; Kiss et al., 1963; Bigeleisen, 1961)。其中 Bigeleisen的方法直接将VPIE同统计热力学中的配分函数联系起来,计算起来更为简便,因而得到了广泛的应用。但是, Bigeleisen的理论存在很多的近似处理,这就为最终的计算结果带来一定的误差,而且对于一些特殊体系这种误差是不能忽略的。因此,进一步检查和减少近似条件,将是本文的工作之一。

另外,在求解VPIE的过程中,必须要用到真实气体的状态方程(EOS-Equation of State)。不同性质的气体,状态方程有着不同的表达形式,针对某一特定气体,选择一个既能保证计算精度要求又能使计算简单的EOS也是本文的主要内容之一。

1 研究方法

1.1 Bigeleisen 的计算方法

Bigeleise(1961)从统计力学出发,根据相平衡理论,推导出 VPIE 的计算表达式。相平衡时,两相之间的化学势(偏摩尔吉布斯自由能)相等。如果考虑轻重两种不同的稳定同位素体,则存在下式:

$$\mu(v) = \mu(c) \approx \mu'(v) = \mu'(c)$$
 (1)

其中, v和 c分别代表蒸汽相和凝聚相,符号撇(')代表重同位素。从而有:

其中 δ 代表相变过程的差别, Δ 代表不同的同位素体之间的不同。

对于凝聚相,在相平衡时体系真实的化学势和标准态的化学势差别较小,因此我们可以近似处理为:

$$\mu(\mathbf{c}) \approx \mu^0(\mathbf{c}) \tag{3}$$

对于气体体系来说,体系真实的化学势可表示为:

$$\mu_i(v) = \mu_i^0(v) + RT \ln(P/P^0) + RT \ln(f/P)$$
(4)

其中, μ_i^0 代表标准态的化学势; P^0 为标准态的蒸汽压;f代表真实气体的逸度,(f/P)是对真实气体的修正项。

$$RT \ln (f/P) = \int (V(v)-RT/P) dP$$
 (5)

其中, V(v)是真实气体的体积。

如果要求真实气体的体积表达式,必须知道其状态方程。以 Virial 气体状态方程为例:

$$PV(\mathbf{v}) \mathbf{R} \mathbf{T} = 1 + \mathbf{B} \mathbf{P}^{2} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}$$
 (6)

将(6)式代入(5)式得:

$$\ln(f/P) = BP + CP^2/2 + \cdots \tag{7}$$

结合式(2)、(3)和式(4),在一阶近似条件下,有:

$$\ln(P'/P) = VPIE \approx -\delta\Delta(\mu^0)/RT - (B'P' - BP)$$
(8)

其中, $\delta\Delta\mu^0$ =[μ^0 (c')- μ^0 (c)]-[μ^0 (v')- μ^0 (v)]。

由统计热力学我们知道,体系的化学势μ、亥姆霍兹自由能 A 及配分函数 Q 之间有如下关系:

$$A = \mu - PV \text{ fin } A = -RT \ln Q \tag{9}$$

把9式代入8式,得:

$$VPIE = \ln\left(\frac{Q_{v}Q_{c}}{Q_{v}Q_{c}}\right) - \left(\frac{B'P' - BP}{B'P'}\right) + \left(\frac{P'V' - PV}{c}\right)_{c}/RT$$

$$= \ln(RPFR_{c}) - \ln(RPFR_{g}) + \left(\frac{P'V' - PV}{c}\right)_{c}/RT - \left(\frac{B'P' - BP}{B'P'}\right)$$
(10)

RPFR(reduced partition function ratio)为约化配分函数比,其表达式为:

$$RPFR = \frac{s}{s} \frac{Q}{Q} \prod_{i} \left(\frac{m_{i}}{m_{i}} \right) = \prod_{i} \frac{u_{i}}{u_{i}} \frac{\exp\left(-u_{i} / \frac{\lambda}{2}\right)}{\exp\left(-u_{i} / \frac{\lambda}{2}\right)} \frac{1 - \exp\left(-u_{i} / \frac{\lambda}{2}\right)}{1 - \exp\left(-u_{i} / \frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$\tag{11}$$

其中, $u_i=hv_i/k_BT$,h 为普朗克常量, v_i 为分子的第i 个简谐振动频率, k_B 为波兹曼常数,T 为绝对温度。式(10)表明, VPIE 与凝聚态和气态物质的简谐振动频率及状态方程有关,只要得到这两个参数,就可以得到稳定同位素的蒸汽压效应。

1.2 同位素分馏系数α同VPIE的关系

设同位素分馏系数 α 的表达式为:

$$\alpha = (y'/y)/(x'/x) \tag{12}$$

对于液/气体系,y 为气相物质的摩尔分数,x 为液相物质的摩尔分数。若该液体为理想溶液(若为实际溶液,则要考虑一些实际校正项),根据拉乌尔(Raoult)定律,有:

$$y = P/P_{ot} = x_0 P/P_{ot} = x_0$$

其中,P和P分别代表轻重同位素的气相分压, P_0 和 P_0 分别为纯组分的饱和蒸汽压, P_{tot} 是气体体系的总压。式(13)代入式(12)便可得到:

$$\ln \alpha = VPIE \tag{14}$$

式(14)表明,稳定同位素分馏系数与 VPIE 有着直接的关系,可通过 VPIE 的计算得到液/气体系的同位素分馏系数。

2 计算实例

表1的数据显示对于某一特定的体系(一定温度条件下的特定同位素),理论计算的结果与实验值吻合的很好,但在有些时候计算结果并不理想,需要进一步探索。

表 1 理论计算结果 (基于量子化学计算) 和实验测得数据的对比

温度/℃	$Ln (P_{H2O}^{16}/P_{H2O}^{17})$		$Ln\ (P_{H2O}{}^{16}/P_{H2O}{}^{18})$		$Ln\ (P_{D2O}^{16}/P_{D2O}^{18})$	
	计算结果	实验测得	计算结果	实验测得	计算结果	实验测得
20	0.0053		0.0101	0.0094	0.0088	0.0078
40	0.0043	0.0046	0.0081	0.0081	0.0070	0.0067
90	0.0025	0.0030	0.0048	0.0054	0.0040	0.0045

注: 表1据Van Hook, 1967